ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 2º semestre, Época Recurso 08. 01. 2018
2 horas (20 valores)

Nome:____**nº:**_______

Espaço reservado para classificações					
1a.(15)	2a.(15)	3a. (10)	4a. (10)	5a. (20)	6. (15)
1b.(10)	2b.(15)	3b. (15)	4b.(10)	5b. (15)	7. (15)
	2c. (20)		4c.(15)	T:	

Atenção: Todas as questões devem ser <u>devidamente formalizadas e justificadas</u>.
As questões de resposta múltipla <u>descontam 5 pontos</u> se erradas.

1. O Pedro acabou de ganhar o euro milhões e decidiu investir numa aplicação bancária que lhe irá proporcionar um retorno de 1%, 5% ou 10% com probabilidade respetivamente de 0.7, 0.25, 0.05. Se a aplicação produzir um retorno de 10% o banco irá falir, se o retorno for de 5% a probabilidade de o banco falir é de 0.5 e o banco nunca irá falir se o retorno for de apenas 1%.

   a) Passado um ano o banco faliu. Qual a probabilidade de que tenha sido por causa da aplicação ter tido um retorno de 5%?

   b) Escolhidas ao acaso 10 pequenas empresas na região afectada, qual a probabilidade de mais de 4 terem sofrido danos graves?

   0,8540 ☐ 0,2241 ☐ 0,7497 ☐ 0.0781 ☐

2. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por:

$$f_X(x) = \boldsymbol{\lambda e^{-\lambda x} \quad x > 0 \quad \lambda > 0}$$

   a) Calcule a função distribuição de X e classifique a variável aleatória.

   b) Calcule a $P\left(\left|\frac{X-3}{2}\right| < 1\right)$.

   c) Obtenha a função distribuição de $Y = F_X(x)$ e identifique a distribuição.

3. Considere a variável aleatória bidimensional (X, Y) com função probabilidade conjunta dada pela seguinte tabela:

$x \ \backslash \ y$	1	2	3	$f_X(x)$
1	0.1	0.1	0.15	0.35
2	0.1	0.1	0.1	0.3
3	0.15	0.1	0.1	0.35
$f_Y(y)$	0.35	0.3	0.35	

   a) Calcule o $E(Y|X = 1)$.

   b) Determine a função distribuição da variável aleatória $Z = 2X \Rightarrow D_Z = \{2, 4,6\}$

4. A chegada de estudantes a uma certa discoteca segue um processo de Poisson com taxa média de 30 por hora. Para entrarem na discoteca o segurança tem de entregar-lhes um cartão de acesso.

a. Qual a probabilidade de em meia hora chegarem menos de 10 estudantes?

0,0486 ☐ 0,0324 ☐ 0,1185 ☐ 0,0699 ☐

b. Qual a probabilidade de o segurança necessitar de mais de 3 minutos para dar 2 cartões consecutivos?

c. Qual a probabilidade de o 10º estudante na fila ter de esperar menos de 20 minutos para obter o cartão?

5. Sejam $X_i \ (i = 1, 2, \cdots, 48)$ elementos de uma amostra casual de uma população com distribuição uniforme no intervalo $(0, 1)$.

a. Determine a $P(\sum_{i=1}^{48} X_i < 20)$.

b. Numa amostra casual de dimensão 5, qual a probabilidade do menor valor ser superior a 0.3.

6. Seja X uma variável aleatória com função densidade $f_X(x)$. Prove **<u>usando a definição de variância</u>** de uma variável aleatória que: $\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$, com $\mu = E(X)$.

7. Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição de Bernoulli. E as variáveis $Z = X + Y$ e $W = X - Y$. Determine $Cov(Z, W)$. As variáveis Z e W são independentes? Justifique todos os passos da demonstração.